

## 一変数の微分法

担当教員：松 井 伸 也

2単位

## 設 題

次のページからの問題を解いて下さい。この表紙は印刷する必要はありません。

作成方法は「筆記」のみ

## 筆 記

筆記用具：特に指定しない

用 紙：コピー用紙等（無地）

## 注意事項

必要な計算・説明を書いて下さい。答えだけの問題は添削できません。

解答用紙は計算用紙ではありません。分かりやすい記述に心がけて下さい。

## 1 変数の微分法レポート課題（担当 松井伸也）

課題は番号順に解き、指示がない限り計算と日本語による説明を書いて下さい。未解答問題は「解けません」として下さい。レポートは、手書で作成し提出をして下さい。複数の用紙を1枚の画像としたレポート、文字が小さいなどの判読が難しいレポート、斜めから撮ったレポートなどは添削できない場合があります。ワープロ等を使って作成したレポートは「不合格」とします。なお教科書は「学習用プリント」です。

計算を与えるオンラインサービス、AI等では、特異な表現、教科書とは異なる記号の表記が使われています。このサービスを使ったレポートは添削・評価しないことがあります。

- $f(x) = (2x - 1)^3(x + 2)$  とおきます。
  - (1) 1階導関数  $f'(x)$  と2階導関数  $f''(x)$  を計算し、共に因数分解して下さい。
  - (2) グラフ  $y = f(x)$  の増減表を書いて下さい。なお、 $f'(x) = 0$  となる  $x$  が存在する場合は、その  $x$  に対する  $y$  の値を増減表に記入して下さい。
  - (3) グラフ  $y = f(x)$  の凸性の表を書いて下さい。なお、 $f''(x) = 0$  となる  $x$  が存在する場合は、その  $x$  に対する  $y$  の値を凸性の表に記入して下さい。「凸性の表」に関しては教科書に記述があります。
- $g(x) = \log(x^2 + 2x + 2)$  とおきます。
  - (4) 1階導関数  $g'(x)$  と2階導関数  $g''(x)$  を計算して下さい。
  - (5) グラフ  $y = g(x)$  の増減表を書いて下さい。なお、 $g'(x) = 0$  となる  $x$  が存在する場合は、その  $x$  に対する  $y$  の値を増減表に記入して下さい。
  - (6) グラフ  $y = g(x)$  の凸性の表を書いて下さい。なお、 $g''(x) = 0$  となる  $x$  が存在する場合は、その  $x$  に対する  $y$  の値を凸性の表に記入して下さい。
- $f(x) = (x + 1)\sqrt{x^2 + 1}$  とおきます。
  - (7) 導関数  $f^{(1)}(x)$ ,  $f^{(2)}(x)$ ,  $f^{(3)}(x)$  を計算して下さい。
  - (8)  $f^{(1)}(0)$ ,  $f^{(2)}(0)$ ,  $f^{(3)}(0)$ ,  $f^{(3)}(\theta x)$  を計算して下さい。
  - (9 i)  $\frac{f^{(3)}(\theta x)}{3!}$  が剰余項である  $f(x)$  のマクローリン (Maclaurin) 展開を求めて下さい。なお教科書を参考に  $\theta$  がどのような量であるかを明記し、剰余項を具体的に書いて下さい。
  - (9 ii)  $o(x^3)$  as  $x \rightarrow 0$  の項までの  $f(x)$  の漸近展開を求めて下さい。なお  $o$  は「小文字のオー」です。
- $f(x) = x^4$  とおきます。
  - (10 i) 任意の実数  $h$  に対し定義された関数  $F(h)$  が、 $0 < F(h) < 1$  を満たすと仮定します。このとき、任意の自然数  $m$  と  $n$  に対して、 $\lim_{h \rightarrow 0} (F(h))^m h^n = 0$  を満たすことを証明して下さい。
  - (10 ii)  $a \neq 0$ ,  $h \neq 0$  とします。平均値の定理  $f(a + h) = f(a) + hf'(a + \theta h)$  を満たす  $\theta$  ( $0 < \theta < 1$ ) が存在します。このとき  $\theta = \frac{1}{2} + \frac{h}{3a} + \frac{h^2}{12a^2} - \frac{\theta^2 h}{a} - \frac{\theta^3 h^2}{3a^2}$  を証明し、 $\lim_{h \rightarrow 0} \theta$  を計算して下さい。